

新模糊形态学联想记忆网络的初步研究

王 敏¹, 王士同², 吴小俊³

(1. 南京航空航天大学计算机科学与工程系, 江苏南京 210016; 2. 江南大学信息工程学院, 江苏无锡 214036;
3. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室, 沈阳 110015)

摘 要: 人工神经网络理论已经被成功地应用于各种不同的模式识别问题. 重点研究了联想记忆网络, 提出了一种新的基于形态学和模糊运算的联想记忆网络, 即模糊形态学联想记忆网络 FMAM. 它与经典联想记忆和模糊联想记忆 FAM 有显著不同. 文中分析了 FMAM 的记忆能力和抗腐蚀/膨胀噪声的能力. 自联想 FMAM 具有无限存储能力, 能保证完全回忆, 并且回忆在一步内完成, 可模糊性解释等. 仿真实验验证了自联想 FMAM 的良好性能.

关键词: 自联想记忆; 数学形态学; 形态学联想记忆; 形态学神经网络

中图分类号: TP18; TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 05-0690-04

Initial Results on Fuzzy Morphological Associative Memories

WANG Min¹, WANG Shi-tong², WU Xiao-jun³

(1. Dept. of Computers, Science and Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China;
2. Information Engineering Institute of Southern Yangtze University, Wuxi, Jiangsu 214036, China;
3. Robot lab, Shenyang Institute of Automation Chinese of Sciences, Shenyang, Liaoning 110015, China)

Abstract: The theory of artificial neural networks has been successfully applied to a wide variety of pattern recognition problems. Associative memories are focused and fuzzy morphological associative memories FMAM based on morphological and fuzzy operations are presented here. The properties of FMAM are greatly different from those of classical associative memories and fuzzy associative memories. FMAM's storage capacity and tolerance capability of erosive/dilative noise are analyzed. Autoassociative FMAM has the unlimited storage capacity, perfect recall guarantee, recall in one step and fuzzy explanation. The experimental results demonstrate the effective performance of autoassociative FMAM.

Key words: autoassociative memories; mathematical morphology; morphological associative memories; morphological neural networks

1 引言

人类具有从相关线索出发获得事物完整信息的能力. 比如, 从影片中截取的一些画面能使人回忆起影片的完整情节; 人群中一张被部分遮挡的脸也能作为认出一个老朋友的充足依据. 人脑的这种从局部到整体的联想能力一直是许多学者感兴趣的研究课题. 于是产生了各种各样的神经网络理论模型, 如 Hopfield 联想记忆模型. 然而, 经典联想记忆网络的存储能力有限, 这是因为这些记忆是模式对的线性连接 (\cdot, \cdot) , 而且它们的输入向量必须是正交的. 经验告诉我们, 如果联想记忆采用模式特征的某种非线性连接, 那么它们的存储能力要强得多. 于是, G X Ritter 等人通过使用格代数 $(R, \cdot, +)$ 提出了形态学联想记忆 (Morphological Associative Memories, 简称 MAM)^[1]. G X Ritter 等人比较了自联想 MAM 和 Hopfield

联想记忆网络, 发现自联想 MAM 在存储能力方面确实有了显著提高, 具备了无限存储能力, 而且能保证完全回忆, 回忆在一步内完成.

但是 MAM 不能模糊性解释, 使其在记忆模糊规则方面遇到了困难. 而模糊联想记忆 FAM 融合了模糊运算和模糊规则双重概念, 具备良好的模糊性解释能力. 然而, 即使是经过改进的 FAM 在无噪声情况下的存储能力依然很弱, 而且目前的 FAM 及其变形必须使用相应的学习算法, 如 Hebbian 规则来存储模式对, 回忆也要分多步完成. 所以一种自然的想法就产生了: 能否将 FAM 和 MAM 的优点结合起来呢? 受 MAM 的启发, 我们将用模糊算子 (\cdot, \cdot) , (\cdot, \cdot) 代替 FAM 中的 (\cdot, \cdot) , 提出一种新的基于形态学和模糊运算的联想记忆—模糊形态学联想记忆 Fuzzy Morphological Associative Memories (简称 FMAM). 下文将证明 FMAM 不仅保持了 MAM 抗腐蚀/膨胀噪

收稿日期: 2002-04-22; 修回日期: 2002-12-26

基金项目: 江苏省青年科技基金 (No. BQ2000003); 江苏省自然科学基金 (No. BK2002001); 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室基金 (No. RL200108); 江苏省高校自然科学基金 (No. 01JKB52002)

声的优点,而且自联想 FMAM 具有无限存储能力,能保证完全回忆,并且回忆在一步内完成.通过与 FAM 的比较,我们还将揭示在特定条件下,FMAM 可被视作 FAM 一种新的编码方式.

2 模糊形态学联想记忆网络 FMAM

MAM 建立在 $(R, \cdot, +)$ 基础之上,而 $(R, \cdot, +)$ 与 $(R_0, \cdot, +)$ ($R_0 = \{0, +\}$) 同构,进一步将 R_0 换成 $R_+ = (0, \cdot)$, 就得到了 FMAM 的运算基础 $(R_+, \cdot, +)$ ($R_+ = (0, \cdot)$).

现在,让我们来定义 FMAM. 假定输入向量 $x^l = (x_1^l, \dots, x_n^l)$ 是定义在 R^n 上的. 借助某种变换,我们能将输入向量限定在 R_+ 上,输出向量 $y^l = (y_1^l, \dots, y_m^l)$ 定义在 R_+ 上. 这样,对每一对 (X, Y) , 我们定义两个新的模糊形态学 $m \times n$ 记忆 A_{XY} 和 B_{XY} 如下:

$$A_{XY} = \prod_{l=1}^k (y^l \cdot (x^l)^{-1}) \quad (1)$$

$$B_{XY} = \bigwedge_{l=1}^k (y^l \cdot (x^l)^{-1}) \quad (2)$$

这里 $(x^l)^{-1} = (1/x_1^l, \dots, 1/x_n^l)$, $x_i^l > 0, \forall i$ (3)

$$y^l \cdot (x^l)^{-1} = y^l \cdot (x^l)^{-1} = \begin{bmatrix} y_1^l/x_1^l & \dots & y_1^l/x_n^l \\ \dots & \ddots & \dots \\ y_m^l/x_1^l & \dots & y_m^l/x_n^l \end{bmatrix} \quad (4)$$

这里的 \cdot 和 \bigwedge 表示模糊复合运算 (\cdot, \cdot) 和 (\cdot, \cdot) , 它们经常被用在模糊集合论中.

定义 1 一个矩阵 $W = (w_{ij})_{m \times n}$ 被称作 (X, Y) 的 \cdot -完全回忆记忆,当且仅当 $W \cdot X = Y$; W 被称作 \bigwedge -完全回忆记忆当且仅当 $W \cdot X = Y$.

由定义 1 易得

$$\prod_{j=1}^n (w_{ij} \cdot x_j^l) = y_i^l, i = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

$$\bigwedge_{j=1}^n (w_{ij} \cdot x_j^l) = y_i^l, i = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, k \quad (6)$$

定理 1 如果 W 是 (X, Y) 的 \cdot -完全回忆记忆, V 是 (X, Y) 的 \bigwedge -完全回忆记忆,那么

$$W \cdot A_{XY} \cdot B_{XY} \cdot V \quad (7)$$

且 $A_{XY} \cdot X = Y = B_{XY} \cdot X$ (8)

证明:由式(1)~(4)易得 $A_{XY} \cdot X = Y = B_{XY} \cdot X$ (9)

根据式(5),对 (X, Y) 的任意 \cdot -完全回忆记忆 W ,有

$$w_{ij} \cdot x_j^l = y_i^l$$

既然 x_j^l 总是正的,于是根据式(1),立即可得

$$W \cdot A_{XY} \quad (10)$$

根据式(9)和定义 1,有 $Y = W \cdot X = A_{XY} \cdot X = Y$. 因此, $A_{XY} \cdot X = Y$.

类似地,对 (X, Y) 的任意 \bigwedge -完全回忆记忆 V 也有

$$B_{XY} \cdot X = Y, B_{XY} \leq V \quad (11)$$

这个定理表明 A_{XY} 是所有 \cdot -完全回忆记忆的最小上界,而 B_{XY} 是所有 \bigwedge -完全回忆记忆的最大下界. 而且,必须指出的是这个定理并没有告诉我们 (X, Y) 的完全回忆记忆是否存在.

那么,在什么条件下, A_{XY} 或 B_{XY} 才能成为 (X, Y) 的 \cdot -完全回忆记忆或 \bigwedge -完全回忆记忆? 定理 2 将回答这一问题.

定理 2 A_{XY} 是 (X, Y) 的 \cdot -完全回忆记忆当且仅当对每个 $l = 1, 2, \dots, k$, 矩阵 $[y^l \cdot (x^l)^{-1}] - A_{XY}$ 的每一行包含一个零项. 类似地, B_{XY} 是 (X, Y) 的 \bigwedge -完全回忆记忆当且仅当对每个 $l = 1, 2, \dots, k$, 矩阵 $[y^l \cdot (x^l)^{-1}]$ 的每一行包含一个零项.

证明: A_{XY} 是 (X, Y) 的 \cdot -完全回忆记忆 $\Leftrightarrow X_{XY} \cdot x^l = y^l \Leftrightarrow y_i^l - \prod_{j=1}^n (a_{ij} \cdot x_j^l) = 0 \Leftrightarrow \prod_{j=1}^n (y_i^l - a_{ij} \cdot x_j^l) = 0 \Leftrightarrow \prod_{j=1}^n (y_i^l/x_j^l - a_{ij}) = 0 \Leftrightarrow \prod_{j=1}^n ([y^l \cdot (x^l)^{-1}] - A_{XY}) = 0$ 所以该定理对 A_{XY} 成立. 类似地,对 B_{XY} 亦真.

3 用 A_{XY} 和 B_{XY} 处理腐蚀和膨胀噪声

定理 3 令 $X = (x^1, \dots, x^k)$, $Y = (y^1, \dots, y^k)$, 假设 \bar{x} 表示含噪声的输入模式 x^l , 那么 $A_{XY} \cdot \bar{x} = y^l$ 当且仅当

$$\bar{x}_j \cdot x_j^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)] \quad (12)$$

且对每一行下标 $i \in \{1, \dots, m\}$ 都存在一个列下标 $j_i \in \{1, \dots, n\}$ 使得

$$\bar{x}_{j_i} = x_{j_i}^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_{j_i}^l)] \quad (13)$$

证明:(1) 如果 $A_{XY} \cdot \bar{x} = y^l$, 那么

$$y_i^l = \prod_{j=1}^n (a_{ij} \cdot \bar{x}_j) = a_{ij} \cdot \bar{x}_j, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (14)$$

因此,根据式(1)和(14),有

$$\begin{aligned} \bar{x}_j \cdot \prod_{i=1}^m (y_i^l / a_{ij}) &\Leftrightarrow \bar{x}_j \cdot \prod_{i=1}^m (y_i^l / (\prod_{p=1}^k (y_i^p / x_j^p))) \\ &\Leftrightarrow \bar{x}_j \cdot x_j^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)] \end{aligned}$$

可见,式(12)成立. 从式(12),可立即得到

$$\bar{x}_j \cdot x_j^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)] \quad (15)$$

这里 $j = 1, \dots, n; p = 1, \dots, l-1, l+1, \dots, k$. 现在,让我们假设存在一个行下标 $i \in \{1, \dots, m\}$ 使得 $\bar{x}_j < x_j^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)]$, $j = 1, \dots, n; p = 1, \dots, l-1, l+1, \dots, k$

则 $(A_{XY} \cdot \bar{x})_i = \prod_{j=1}^n (a_{ij} \cdot \bar{x}_j) < \prod_{j=1}^n (a_{ij} \cdot (\prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)])) = y_i^l$

于是, $(A_{XY} \cdot \bar{x})_i > y_i^l$ 与假设 $A_{XY} \cdot x^l = y^l$ 矛盾. 所以,式(25)成立.

(2) 根据上面很容易得到 $\bar{x}_j \cdot x_j^l = \prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_j^l)]$ 成立当且仅当

$$y_i^l = a_{ij} \cdot \bar{x}_j, j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m \text{ 即 } A_{XY} \cdot \bar{x} = y^l, l = 1, 2, \dots, k \quad (16)$$

又, $(A_{XY} \cdot \bar{x})_i = \prod_{j=1}^n (a_{ij} \cdot \bar{x}_j) = a_{ij} \cdot \bar{x}_{j_i} = a_{ij} \cdot (\prod_{i=1}^m [y_i^l / (y_i^l / x_{j_i}^l)]) = y_i^l$

所以 $A_{XY} \cdot \bar{x} = y^l$ (17)

根据式(16)和(17),立即可有 $A_{XY} \cdot \bar{x} = y^l$. 该定理得证. 类似地,我们可以证明定理 4.



定理 4 令 $X = (x^1, \dots, x^k)$, $Y = (y^1, \dots, y^k)$, 假设 \vec{x} 表示含噪声的输入模式 x^l , 那么 $B_{XY} \vec{x} = y_l$ 当且仅当

$$\vec{x}_j = x_j^l \int_{i=1}^m \int_{p=1}^k ((y_i^l / y_i^p) x_j^p) \quad (18)$$

且对每一个行下标 $i \in \{1, \dots, m\}$ 都存在一个列下标 $j_i \in \{1, \dots, n\}$ 使得

$$\vec{x}_{j_i} = x_{j_i}^l \int_{p=1}^k ((y_i^l / y_i^p) x_{j_i}^p) \quad (19)$$

定理 3 和 4 表明 A_{XY} 和 B_{XY} 能很好地抵抗腐蚀和膨胀噪声.

4 自联想 FMAM

如果 $X = Y$, 即 $x^l = y^l, l = 1, 2, \dots, k$, 那么 A_{XX} 和 B_{XX} 被称作自联想 FMAM. 根据式 (9) ~ (12) 和定理 2, 我们容易证明 A_{XX} 是 \cap -完全回忆记忆, B_{XX} 是 \cup -完全回忆记忆, 所以, 根据定理 1, 我们有下面的定理 5.

定理 5 对任意如上定义的 X , 自联想 FMAM 总存在, 且 A_{XX} 是 (X, X) 的所有 \cap -完全回忆记忆的最小上界, B_{XX} 是所有 \cup -完全回忆记忆的最大下界.

由于对 X 无任何限制, 故该定理表明 A_{XX} 和 B_{XX} 具有无限存储能力.

定理 6 如果 $A_{XX} z = w, B_{XX} z = u$, 那么 $A_{XX} w = w, B_{XX} u = u$.

证明: 假定 $A_{XX} z = w$, 由于 $a_{ij} = 1, (A_{XX} w)_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot w_j = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot w_j = w_i$ 于是, $w = A_{XX} w$ (20)

根据 A_{XX} 中 a_{ij} 的定义, 有 $a_{ip} = \frac{k}{i-1} (x_i^l / x_p^l), a_{pj} = \frac{k}{i-1} (x_p^l / x_j^l)$ 因此

$$a_{ip} \cdot a_{pj} = \frac{k}{i-1} (x_i^l / x_p^l) \cdot \frac{k}{i-1} (x_p^l / x_j^l) = \frac{k}{i-1} (x_i^l / x_p^l \cdot x_p^l / x_j^l) = a_{ij} \quad (21)$$

由于 $w_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \cdot z_j)$, 根据式 (21), 立即有 $w_i = \sum_{j=1}^n (a_{ip} \cdot a_{pj} \cdot z_j)$

因此, $w_i = \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ip} \cdot a_{pj} \cdot z_j) = \sum_{p=1}^n (a_{ip} \cdot \sum_{j=1}^n (a_{pj} \cdot z_j)) = (A_{XX} w)_i$ 即 $A_{XX} w = w$ (22)

根据式 (20) 和 (22), 我们有 $A_{XX} w = w$

类似地, 我们容易证明 $B_{XX} u = u$

定理 6 揭示了一个重要事实: A_{XX} 和 B_{XX} 能在一步内对任意样本模式进行完全回忆.

因此, 总的来说, A_{XX} 和 B_{XX} 具有无限存储能力, 保证完全回忆, 并且回忆在一步内完成. 相比之下, 经典联想记忆, 由于采用了模式特征的线性连接, 因而具有有限的存储能力, 不能保证完全回忆, 并且回忆要分多步完成, 这意味着每次随机地激活一个神经元, 那么相应的记忆就需被重复执行. 这一事实表明 A_{XX} 和 B_{XX} 与经典联想记忆有很大的不同. 在下一节, 我们还将揭示 A_{XX} 和 B_{XX} 与特定条件下的模糊自联想记忆 FAM 也有很大的不同.

5 MAM 与 FAM 的比较

正如在第 1 节中指出那样, 这里的 FMAM 仅仅是借用

了模糊算子 (\cap, \cup) 和 (\cap, \cup) . 而在这一节中, 我们要指出在特定条件下 FMAM 也能用 FAM 中的术语解释. 于是, 我们可以进一步比较 FMAM 和 FAM.

Kosko 的 FAM^[2] 是模糊联想记忆的最早模型, 已有许多成功应用. FAM 提供了一种用于存储和回忆模糊规则的编码方式. F Chung^[3] 分析了它的多规则存储能力. 让我们首先来回顾他的思想. 为了与这里的符号一致, 我们将上面的 x^l, y^l 解释为模糊集, 而不是用 [3] 中的符号, 且 $X = (x^1, \dots, x^k), Y = (y^1, \dots, y^k)$. 假设模糊集 x^i 和 x^j 由 n 个论域中的元素组成, 即

$$x^i = (\mu_{x^i}(1), \mu_{x^i}(2), \dots, \mu_{x^i}(n))$$

$$x^j = (\mu_{x^j}(1), \mu_{x^j}(2), \dots, \mu_{x^j}(n))$$

为简单起见, 我们将 x^i, x^j 表示成

$$x^i = (x^i(1), \dots, x^i(n))$$

$$x^j = (x^j(1), \dots, x^j(n))$$

如果 x^i 和 x^j 满足下式, 那么称它们互为取大-取小正交^[4]

$$x^i \circ x^j = \max_a (x^i(a) - x^j(a)) = 0, a \in \{1, 2, \dots, n\}$$

这里 \circ 表示模糊运算取大-取小, 即 \max . 给定一组模糊规则 $S = \{$ 如果 x 是 x^l , 那么 y 是 $y^l | l = 1, 2, \dots, k\}$, 我们定义模糊

联想记忆 FAMW 为 $w = \bigcap_{l=1}^k [(x^l) \cup y^l]$

这里 y^l 代表模糊集 $(y^l(1), \dots, y^l(m))$.

F Chung 证明了如果输入模糊集是正规的, 即 $\sum_{i=1}^n x^l(i) = 1$, 且互为取大-取小正交, 通过运算 \circ , FAM W 能完全回忆起所有存储的模糊规则. 也就是说, FAM W 能完全回忆起所有的存储对 $(x^l, y^l), l = 1, 2, \dots, k$.

实际上, 正交条件是很难达到的. 尤其是当关系函数 μ_{x^i} 取高斯型, 而不是文 [5] 中的三角型的时候 (注意, 高斯型也经常用在模糊集理论中), 不能保证对存储的所有模糊规则的完全回忆, 因为在这种情况下正交要求永远达不到. 然而, 当我们使用 FMAM A_{XY} 和/或 B_{XY} 时, 由于任意高斯关系函数的值是正的, 因此, 如果模糊规则集合 S 满足定理 3 中的条件, 那么 FMAM A_{XY} 和/或 B_{XY} 将完全回忆起所有这些模糊规则. 这个结论也暗示着当模糊规则集 S 满足取大-取小正交, 且输入 x^l 是正规的时候, 我们可以把 FAM W 当作完全回忆记忆, 而当 S 满足定理 3 中的条件时, 我们可以把 FMAM A_{XY} 和/或 B_{XY} 当作完全回忆记忆. 因此, FAM 及其变形^[3] 为我们提供了一种建立能对模糊规则集完全回忆的记忆的方法, 而 FMAM 为我们提供了另一种可能选择.

现在, 让我们来比较自联想 FAM 和自联想 FMAM 的存储能力. 我们限定 $x^i(a)$ 为高斯关系函数的值. 显然, 由于正交要求永远不能被满足, 自联想 FAM W 不能存储拥有无数规则的输入模糊集 x^l . 而根据上一节的定理 6, 自联想 FMAM 能存储拥有无数规则的输入模糊集. 因此, 如果我们取高斯关系函数的话, 自联想 FMAM 在存储容量方面明显优于自联想 FAM. 而且, FMAM 能在一步内收敛, 而 FAM W 和传统自联想记忆一样不能在一步内收敛.

6 仿真实验

为了用事实说明自联想 FMAM 具有无限存储能力, 我们

先来考虑图 1 中的前五个模式图像 p^1, \dots, p^5 , 每个 p 是一个 18×18 的二值图. 使用常规的行扫描方法, 可以将模式图像转换为模式向量 $x = (x_1, \dots, x_{324})$.

$$x_{18(i-1)+j} = \begin{cases} 2, & p(i, j) = \text{black} \\ 1, & p(i, j) = \text{white} \end{cases}$$

A B C X E a b c x e

图 1 样本模式图像

则无论是用 A_{xx} 还是 B_{xx} , 我们都得到了与样本模式完全相同的输出, 即 $A_{xx} x = x, B_{xx} x = x, i = 1, \dots, 5$. 如果将模式数由五增加到十, 即加入小写字母, 同样可以得到完全回忆. 以上是在非噪声情况下得到的结果, 下面我们来看 A_{xx} 和 B_{xx} 处理噪声的效果.

仍然用图 1 中的十幅图作为样本模式, 测试模式图像依次取图 2 中第一行的三幅图, 它们是用不同方法对字母 X 腐蚀得到的. 第二行的三幅图分别为 FMAM A_{xx} 的回忆输出, 它们与样本模式 X 完全相同, 说明 FMAM 能够有效地抵抗腐蚀噪声的干扰.



图 2 腐蚀噪声情况下 A_{xx} 的处理效果

图 3 膨胀噪声情况下 B_{xx} 的处理效果

同样地, 用 B_{xx} 分别对图 3 中第一行的含有不同膨胀噪声的三幅图进行回忆, 其输出也与样本模式 X 完全相同 (见图 3 的第二行), 说明 FMAM 在膨胀噪声存在的情况下处理也很有效.

7 结束语

本文提出了一种新的基于形态学和模糊运算的联想记忆网络 FMAM. 与经典联想记忆和 FAM 不同, 自联想 FMAM 在一步内收敛! 因此不存在收敛性问题; 它不仅能很好地抵抗腐蚀/膨胀噪声, 而且具有无限存储能力. 实验表明了自联想 FMAM 的上述优越性. 此外, FMAM 还可模糊性解释, 这就为我们提供了建立能完全回忆模糊规则集的记忆的另一种编码方式. 当然, 以上只是我们对 FMAM 的初步研究结果. 还有许多研究工作等待我们和感兴趣的读者去做. 比如, 噪声在实际

中常常是混合的, 对含有混合噪声的模式完全回忆, 虽然文 [1] 提出了一种方法, 但选取核模式非常困难. 因此, 这是一个非常有挑战意义的课题.

参考文献:

[1] G X Ritter, P Sussner, J L Diaz-de-Leon. Morphological associative memories [J]. IEEE Trans, 1998, NN-9(2) :281 - 293.
 [2] B Kosko. Neural Networks and Fuzzy Systems [M]. Englewood Cliff's, NJ :Prentice-Hall, 1992.
 [3] F Chung, T Lee. On fuzzy associative memory with multiple-rule storage capacity [J]. IEEE Trans, 1998, FS-4(3) :375 - 384.
 [4] P Liu. The fuzzy associative memory of max-min fuzzy neural network with threshold [J]. Fuzzy sets and systems, 1999, 107(2) :147 - 157.
 [5] H Ishibuchi, K Kwon, H Tanaka. A learning algorithm of fuzzy neural networks with triangular fuzzy weights [J]. Fuzzy sets and systems, 1995, 71(3) :227 - 293.

作者简介:



王 敏 女, 1978 年 9 月生于江苏镇江, 博士研究生, 研究方向: 神经模糊系统、模式识别和图像处理.



王士同 男, 1964 年 4 月生于江苏邳江, 教授, 博士生导师, 正式发表过学术论文 100 余篇, 论著 6 本, 现主要研究方向为人工智能、神经模糊系统、模式识别和图像处理.



吴小俊 男, 1967 年 12 月生于江苏丹阳, 博士, 副教授, 主要研究方向为神经网络, 模糊系统和模式识别.